УТВЕРЖДЕНО НА КАФЕДРЕ ВМ

Дисциплина____________________

Зав.кафедрой ________ _____20 г.

Курс ________

Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича

Факультет ________________

Экзаменационный билет № 1.

1. Основные дифференциальные операторы математической физики. Интегральные тождества.
2. Задача Дирихле для цилиндра: $\Delta u = 0$, $0 < r < a,\ 0 < z < l$, $u\big|_{r=a} = 0,\ u\big|_{z=0} = f_0(r),\ u\big|_{z=l} = f_l(r)$.
3. Найти решение уравнения $\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2},\ t > 0,\ -\infty < x < +\infty$, если $u\big|_{t=0} = x^2,\ \dfrac{\partial u}{\partial t}\Big|_{t=0} = 0$.

УТВЕРЖДЕНО НА КАФЕДРЕ ВМ

Дисциплина____________________

Зав.кафедрой ________ _____20 г.

Курс ________

Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича

Факультет ________________

Экзаменационный билет № 2.

1. Криволинейные координаты. Цилиндрическая и сферическая системы координат. Выражение оператора Лапласа в криволинейной системе координат.
2. Задача Штурма-Лиувилля, связанная с цилиндрическими функциями.
3. Найти решение уравнения $\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 4\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2},\ t > 0,\ -\infty < x < +\infty$, если $u\big|_{t=0} = 0,\ \dfrac{\partial u}{\partial t}\Big|_{t=0} = x$.

УТВЕРЖДЕНО НА КАФЕДРЕ ВМ

Дисциплина_____________________

Зав.кафедрой ________ _____20 г.

Курс ________

Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича

Факультет ________________

Экзаменационный билет № 3.

1. Уравнение колебаний. Вывод уравнения колебаний на примере поперечных колебаний струны.

2. Разложение произвольной функции в ряды Фурье-Бесселя и Дини.

3. Найти форму струны, определяемой уравнением $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$, $t > 0,\ -\infty < x < +\infty$, в момент времени $t = \frac{\pi}{2a}$, если $u\big|_{t=0} = \sin x,\ \frac{\partial u}{\partial t}\Big|_{t=0} = 1$.

УТВЕРЖДЕНО НА КАФЕДРЕ ВМ

Дисциплина_____________________

Зав.кафедрой ________ _____20 г.

Курс ________

Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича

Факультет ________________

Экзаменационный билет № 4.

1. Волновое уравнение. Уравнение продольных колебаний упругого стержня. Уравнение малых поперечных колебаний мембраны. Трехмерное волновое уравнение. Начальные и граничные условия.

2. Задача Дирихле для цилиндра: $\Delta u = 0$, $0 < r < a,\ 0 < z < l$, $u\big|_{r=a} = F(z),\ u\big|_{z=0} = 0,\ u\big|_{z=l} = 0$.

3. Найти решение уравнения $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$, $t > 0,\ -\infty < x < +\infty$, если $u\big|_{t=0} = x,\ \frac{\partial u}{\partial t}\Big|_{t=0} = -x$.

УТВЕРЖДЕНО НА КАФЕДРЕ ВМ

Дисциплина____________________

Зав.кафедрой ________ _____20 г.

Курс ________

Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича

Факультет ________________

Экзаменационный билет № 5.

1. Уравнение диффузии. Вывод уравнения диффузии на примере задачи о распространении тепла в некоторой среде. Уравнение теплопроводности. Начальные и граничные условия.
2. Модифицированные цилиндрические функции.
3. Найти решение уравнения $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$, $t > 0$, $-\infty < x < +\infty$, если $u\big|_{t=0} = 0$, $\left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0} = \cos x$.

УТВЕРЖДЕНО НА КАФЕДРЕ ВМ

Дисциплина____________________

Зав.кафедрой ________ _____20 г.

Курс ________

Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича

Факультет ________________

Экзаменационный билет № 6.

1. Стационарные процессы. Задача об установившихся синусоидальных колебаниях.
2. Дифференциальное уравнение Бесселя. Определение цилиндрических функций.
3. Найти форму струны, определяемой уравнением $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$, $t > 0$, $-\infty < x < +\infty$, в момент времени $t = \pi$, если $u\big|_{t=0} = \sin x$, $\left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0} = \cos x$.

УТВЕРЖДЕНО НА КАФЕДРЕ ВМ
Дисциплина____________________
Зав.кафедрой ________ _____20 г.
Курс ________

Санкт-Петербургский государственный
университет телекоммуникаций
им. проф. М.А. Бонч-Бруевича
Факультет ________________

Экзаменационный билет № 7.

1. Классификация уравнений второго порядка. Примеры.
2. Рекуррентные формулы для функций Бесселя.
3. Найти функцию, гармоническую внутри единичного круга и такую, что $u\big|_{r=1} = \cos^2\varphi$.

УТВЕРЖДЕНО НА КАФЕДРЕ ВМ
Дисциплина____________________
Зав.кафедрой ________ _____20 г.
Курс ________

Санкт-Петербургский государственный
университет телекоммуникаций
им. проф. М.А. Бонч-Бруевича
Факультет ________________

Экзаменационный билет № 8.

1. Классификация линейных дифференциальных уравнений второго порядка с двумя независимыми переменными.
2. Регулярная задача Штурма-Лиувилля с граничными условиями IV рода (условиями периодичности).
3. Найти функцию, гармоническую внутри круга радиуса R с центром в начале координат и такую, что $\left.\dfrac{\partial u}{\partial r}\right|_{r=R} = A\cos\varphi,\ A = \text{const}$.

УТВЕРЖДЕНО НА КАФЕДРЕ ВМ

Дисциплина_____________________

Зав.кафедрой ________ _____20 г.

Курс ________

Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича

Факультет ________________

Экзаменационный билет № 9.

1. Классификация краевых задач математической физики. Формулировка краевых задач, связанных с уравнением Лапласа и другими уравнениями эллиптического типа.
2. Асимптотическое поведение цилиндрических функций при больших по модулю значениях аргумента.
3. Найти функцию, гармоническую внутри круга радиуса R с центром в начале координат и такую, что $\left.\frac{\partial u}{\partial r}\right|_{r=R} = A\cos 2\varphi,\ A = \mathrm{const}$.

УТВЕРЖДЕНО НА КАФЕДРЕ ВМ

Дисциплина_____________________

Зав.кафедрой ________ _____20 г.

Курс ________

Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича

Факультет ________________

Экзаменационный билет № 10.

1. Единственность решения задачи Дирихле для уравнения Лапласа
2. Сингулярная задача Штурма-Лиувилля.
3. Найти стационарное распределение температуры $u(r,\varphi)$ внутри бесконечного цилиндра радиуса R, если на его поверхности поддерживается температура $\left.u(r,\varphi)\right|_{r=R} = A\sin\varphi,\ A = \mathrm{const}$.

УТВЕРЖДЕНО НА КАФЕДРЕ ВМ

Дисциплина____________________

Зав.кафедрой ________ _____20 г.

Курс ________

Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича

Факультет ________________

Экзаменационный билет № 11.

1. Единственность решения задачи Неймана для уравнения Лапласа
2. Задача об охлаждении пластины, излучающей тепло.
3. Найти решения уравнения Бесселя нулевого порядка $xy'' + y' + xy = 0$ при краевых условиях $y(0)$ – ограничено, $y(l) = 1$.

УТВЕРЖДЕНО НА КАФЕДРЕ ВМ

Дисциплина____________________

Зав.кафедрой ________ _____20 г.

Курс ________

Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича

Факультет ________________

Экзаменационный билет № 12.

1. Единственность решения III краевой задачи для уравнения Лапласа
2. Задача о колебаниях круглой мембраны.
3. Определить, для каких значений l разрешима однородная краевая задача $xy'' + y' + xy = 0$, $y(l) = 0$, $y(0)$ – ограничено.

УТВЕРЖДЕНО НА КАФЕДРЕ ВМ

Дисциплина____________________

Зав.кафедрой ________ _____20 г.

Курс ________

Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича

Факультет ________________

Экзаменационный билет № 13.

1. Общее изложение метода Фурье для случая двух независимых переменных. Схема решения задач методом Фурье.
2. Решение задачи Дирихле для круга. Интеграл Пуассона.
3. Определить, для каких значений параметра λ разрешима однородная краевая задача $y'' + \lambda y = 0$, $y(0) = 0$, $y(b) = 0$.

УТВЕРЖДЕНО НА КАФЕДРЕ ВМ

Дисциплина____________________

Зав.кафедрой ________ _____20 г.

Курс ________

Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича

Факультет ________________

Экзаменационный билет № 14.

1. Единственность решения задачи для уравнения теплопроводности.
2. Ортогональные системы функций. Ортогональность собственных функций регулярной задачи Штурма-Лиувилля.
3. Найти решение уравнения Лапласа $\Delta u = 0$ в прямоугольнике $0 < x < a$, $0 < y < b$, если на границе этого прямоугольника $u(x, y)$ принимает следующие значения $u\big|_{x=0} = A\sin\frac{\pi y}{b}$, $u\big|_{x=a} = 0$, $u\big|_{y=0} = 0$, $u\big|_{y=b} = 0$, $A = \text{const}$.

УТВЕРЖДЕНО НА КАФЕДРЕ ВМ

Дисциплина____________________

Зав.кафедрой ________ _____20 г.

Курс ________

Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича

Факультет ________________

Экзаменационный билет № 15.

1. Единственность решения задачи о колебании струны.
2. Разложение произвольной функции в ряд по собственным функциям регулярной задачи Штурма-Лиувилля.
3. Найти решение уравнения Лапласа $\Delta u = 0$ в прямоугольнике $0 < x < a$, $0 < y < b$, если на границе этого прямоугольника $u(x, y)$ принимает следующие значения $u\big|_{x=0} = 0$, $u\big|_{x=a} = 0$, $u\big|_{y=0} = B\sin\frac{\pi x}{a}$, $u\big|_{y=b} = 0$, $B = \mathrm{const}$.

УТВЕРЖДЕНО НА КАФЕДРЕ ВМ

Дисциплина____________________

Зав.кафедрой ________ _____20 г.

Курс ________

Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича

Факультет ________________

Экзаменационный билет № 16.

1. Задача об охлаждении пластины.
2. Понятие о корректно поставленной задаче математической физики. Классы функций, среди которых ищется решение задачи.
3. Найти функцию, гармоническую внутри круга радиуса R с центром в начале координат и такую, что $u\big|_{r=R} = A\sin 2\varphi,\ A = \mathrm{const}$.

УТВЕРЖДЕНО НА КАФЕДРЕ ВМ

Дисциплина_____________________

Зав.кафедрой ________ _____20 г.

Курс ________

Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича

Факультет ________________

Экзаменационный билет № 17.

1. Применение общего интеграла к решению некоторых задач математической физики (одномерное волновое уравнение, сферические волны, колебания неограниченной струны). Понятие обобщенного решения.
2. Примеры использования интегрального представления цилиндрических функций.
3. Решить задачу: $\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$, $t>0,\ 0<x<\pi$, $u\big|_{t=0}=\cos 2x,\ 0\le x\le\pi$, $\frac{\partial u}{\partial x}\Big|_{x=0}=\frac{\partial u}{\partial x}\Big|_{x=\pi}=0,\ t\ge 0$.

УТВЕРЖДЕНО НА КАФЕДРЕ ВМ

Дисциплина_____________________

Зав.кафедрой ________ _____20 г.

Курс ________

Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича

Факультет ________________

Экзаменационный билет № 18.

1. Модифицированные цилиндрические функции.
2. Определение собственных значений и собственных функций регулярной задачи Штурма-Лиувилля.
3. Решить задачу: $\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$, $t>0,\ 0<x<\pi$, $u\big|_{t=0}=\sin 2x,\ 0\le x\le\pi$, $u\big|_{x=0}=u\big|_{x=\pi}=0,\ t\ge 0$.

УТВЕРЖДЕНО НА КАФЕДРЕ ВМ
Дисциплина____________________
Зав.кафедрой ________ _____20 г.
Курс ________

Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича
Факультет ________________

Экзаменационный билет № 19.

1. Дифференциальное уравнение Бесселя. Определение цилиндрических функций.
2. Фундаментальная система решений Штурма-Лиувилля.
3. Внутри круга решить краевую задачу: $\Delta u = 0,\ 0 \le r < a,\ 0 \le \varphi \le 2\pi,\ u\big|_{r=a} = \dfrac{\pi - \varphi}{2}$.

УТВЕРЖДЕНО НА КАФЕДРЕ ВМ
Дисциплина____________________
Зав.кафедрой ________ _____20 г.
Курс ________

Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича
Факультет ________________

Экзаменационный билет № 20.

1. Асимптотическое поведение фундаментальных решений Штурма-Лиувилля при $\lambda \to +\infty$.
2. Понятие о корректно поставленной задаче математической физики. Классы функций, среди которых ищется решение задачи.
3. Дать решение внешней краевой задачи для уравнения Лапласа, если на границе круга задано условие $u\big|_{r=a} = A\sin 3\varphi,\ A = \mathrm{const}$.

УТВЕРЖДЕНО НА КАФЕДРЕ ВМ

Дисциплина____________________

Зав.кафедрой ________ _____20 г.

Курс ________

Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича

Факультет ________________

Экзаменационный билет № 21.

1. Уравнения с разделяющимися переменными.
2. Свойства собственных значений регулярной задачи Штурма-Лиувилля.
3. Найти решение уравнения $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2},\ t > 0,\ 0 < x < l$, если $u\big|_{t=0} = \sin\frac{\pi x}{l},\ \left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0} = 0$, $u\big|_{x=0} = 0,\ u\big|_{x=l} = 0$.

УТВЕРЖДЕНО НА КАФЕДРЕ ВМ

Дисциплина____________________

Зав.кафедрой ________ _____20 г.

Курс ________

Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича

Факультет ________________

Экзаменационный билет № 22.

1. Задача Штурма-Лиувилля.
2. Единственность решения краевых задач, связанных с уравнением Гельмгольца.
3. Найти решение уравнения $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2},\ t > 0,\ 0 < x < l$, если $u\big|_{t=0} = \sin\frac{3\pi x}{l},\ \left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0} = 0$, $u\big|_{x=0} = 0,\ u\big|_{x=l} = 0$.

УТВЕРЖДЕНО НА КАФЕДРЕ ВМ

Дисциплина_____________________

Зав.кафедрой ________ _____20 г.

Курс ________

Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича

Факультет ________________

Экзаменационный билет № 23.

1. Задача Штурма-Лиувилля, связанная с цилиндрическими функциями.
2. Классификация краевых задач математической физики. Формулировка краевых задач, связанных с уравнением Лапласа и другими уравнениями эллиптического типа.
3. Найти решение уравнения $\frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2},\ t > 0,\ 0 < x < l$, если $u\big|_{t=0} = \sin\frac{3\pi x}{l},\ u\big|_{x=0} = 0,\ u\big|_{x=l} = 0$.

УТВЕРЖДЕНО НА КАФЕДРЕ ВМ

Дисциплина_____________________

Зав.кафедрой ________ _____20 г.

Курс ________

Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича

Факультет ________________

Экзаменационный билет № 24.

1. Классификация уравнений второго порядка. Примеры.
2. Задача об охлаждении пластины, излучающей тепло.
3. Найти собственные значения и собственные функции краевой задачи

$$\frac{d}{dx}\left(x\frac{dy}{dx}\right) + \frac{\lambda}{x} y = 0,\ 0 < a < x < b,\ y'(a) = 0,\ y'(b) = 0.$$